Progetto di ricerca correlato all'assegno "Geometria di gruppi e varietà" cofinanziato col progetto PRIN2022_FRANCAVIGLIA dal titolo Geometry and topology of manifolds 2022NMPLT8 - CUP J53D23003820001, Finanziato dall'Unione Europea - NextGenerationEU a valere sul Piano Nazionale di Ripresa e Resilienza (PNRR) – Missione 4 Istruzione e ricerca – Componente 2 Dalla ricerca all'impresa - Investimento 1.1, Avviso Prin 2022 indetto con DD N. 104 del 2/2/2022 approvato con - D. D. n. 973 del 30 giugno 2023.

Il progetto di ricerca "Geometria di gruppi e varietà", nell'ambito del progetto PRIN2022_FRANCAVIGLIA dal titolo Geometry and topology of manifolds 2022NMPLT8 - CUP J53D23003820001, Finanziato dall'Unione Europea - NextGenerationEU a valere sul Piano Nazionale di Ripresa e Resilienza (PNRR) – Missione 4 Istruzione e ricerca – Componente 2 Dalla ricerca all'impresa - Investimento 1.1, Avviso Prin 2022 indetto con DD N. 104 del 2/2/2022 approvato con - D. D. n. 973 del 30 giugno 2023, si colloca all'interno della topologia geometrica e della teoria geometrica dei gruppi. Il legame naturale tra varietà e gruppi è il gruppo fondamentale. In dimensione 3 le varietà iperboliche determinano e sono determinate dal loro gruppo fondamentale. In dimensione maggiore è noto che ogni gruppo può essere realizzato come gruppo fondamentale di varietà. Il progetto si propone di studiare la geometria e la topologia delle varietà da un punto di vista che unisce geometria e algebra.

Ci si aspetta che le persone candidate svolgano ricerche innovative all'interno del progetto P.R.I.N., e in particolare in uno dei seguenti campi:

- (G, X)-strutture e spazi di deformazioni. In questo ambito ci si propone di studiare strutture geometriche quali le varietà iperboliche, e più in generale le varietà proiettive (in senso reale). I problemi principali in tale settore sono: la realizzabilità, ovvero lo studio di quali varietà possiedano un certo tipo di struttura; fenomeni di rigidità (unicità di eventuali strutture) e lo studio dello spazio dei moduli di (G, X)-strutture. Le deformazioni di tali strutture sono studiate sia attraverso metodi infinitesimali che attraverso lo studio delle cosiddette varietà dei caratteri.
- Nodi e generalizzazioni. Lo studio dei nodi e dei loro complementari è un problema centrale sia nello studio delle varietà tri- e quadridimensionali, che nelle applicazioni quali per esempio lo studio sistematico degli amminoacidi. Lo strumento principale per lo studio dei nodi e dei loro complementari sono gli invarianti, che possono essere di molteplici nature: combinatorici, geometrici, quantistici etc...
- Outer spaces di gruppi liberi o loro prodotti. Questi spazi sono l'analogo dello spazio di Teichmuller per gruppi liberi. Si sono rivelati strumenti utilissimi, sia per studiare proprietà topologiche di automorfismi di gruppi liberi che per problemi decisionali. Il principale problema decisionale legato all'outer space è senz'altro il problema del coniugio in $\mathrm{Out}(F_n)$.
- Dinamica geometrica. Lo studio di sistemi dinamici quali biliardi o superfici di tralsazione ha molteplici sfaccettature: Dallo studio di azioni di gruppi (come $SL(2, \mathbb{R})$) sullo spazio delle superfici di traslazione a biliardi. Interessanti legami sussistono con problemi di approssimazione diofantea. Queste sono le tematiche principali legate al progetto nell'ambito della dinamica geometrica.
- Lo studio delle varietà di dimensione basse è centrale nella matematica moderna. Questo può essere effettuato attraverso decomposizioni geometrico/topologiche (triangolazioni, decomposizioni in corpi con manici) delle quali si studiano le proprietà combinatorie. Di particolare importanza sono le relazioni tra le suddette

decomposizioni e strutture addizionali quali ad esempio foliazioni, fibrazioni e strutture di contatto.

- Invarianti geometrici (coomologia limitata e volume simpliciale tra gli altri). A partire dal lavoro fondazionale di Gromov "Volume and Bounded Cohomology" (1982), lo studio di invarianti di varietà di natura geometrica sono ha avuto sviluppi notevoli grazie alla teoria della coomologia limitata e sue generalizzazioni. Tali invarianti sono ben compresi in presenza di geometrie particolari ma sono lontani da essere pienamente determinati in situazioni generali. In questo ambito ci si propone di capire meglio tali invarianti attraverso nuovi metodi computazionali. Importanti problemi in questo campo sono per esempio la congettura di Gromov (una varietà asferica con volume simpliciale nulla ha necessariamente caratteristica di Eulero nulla) oppure il calcolo della coomologia limitata di gruppi liberi.
- Geometria differenziale. In generale le strutture delle varietà e dei loro gruppi fondamentali possono essere studiate attraverso mezzi classici di geometria differenziale, quali superfici minime, stime volumetriche, strutture simplettiche ed altro.